Limites

Propriedades Elementares

- *Para* $\lim_{x\to a} f(x) = L$ *e* $\lim_{x\to a} g(x) = M$ *sendo* L, M *e* k *constantes reais, temos:*
  - **Propriedade 1:** $\lim_{x\to a} k = k$;
  - **Propriedade 2:** $\lim_{x\to a} [k \cdot f(x)] = k \cdot \lim_{x\to a} f(x) = k \cdot L$;
  - **Propriedade 3:** $\lim_{x\to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x) = L \pm M$;
  - **Propriedade 4:** $\lim_{x\to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x) = L \cdot M$;
  - **Propriedade 5:** $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} = \dfrac{L}{M}$, desde que $\lim_{x\to a} g(x) = M \neq 0$;
  - **Propriedade 6:** $\lim_{x\to a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n = L^n$ se $n \in N^* = \{1, 2, 3, \ldots\}$;
  - **Propriedade 7:** $\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)} = \sqrt[n]{L}$, se $\lim_{x\to a} f(x) = L > 0$ e n é inteiro ou, se $\lim_{x\to a} f(x) = L \leq 0$ e n é inteiro positivo ímpar;
  - **Propriedade 8:** $\lim_{x\to a} b^{f(x)} = b^{\lim_{x\to a} f(x)} = b^L$, se $0 < b \neq 1$;
  - **Propriedade 9:** $\lim_{x\to a} \log_b [f(x)] = \log_b \left[\lim_{x\to a} f(x)\right] = \log_b L$, se $\lim_{x\to a} f(x) = L > 0$ e $0 < b \neq 1$;
  - **Propriedade 10:** $\lim_{x\to a} \operatorname{sen} [f(x)] = \operatorname{sen} \left[\lim_{x\to a} f(x)\right] = \operatorname{sen} L$;
  - **Propriedade 11:** $\lim_{x\to a} \cos [f(x)] = \cos \left[\lim_{x\to a} f(x)\right] = \cos L$.

Substituição Direta em Limites

- **Propriedade 12:** Seja f uma função polinomial ou racional com a em seu domínio, então

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a).$$

Tal propriedade indica que quando x tende a um ponto do domínio de uma função polinomial (ou racional) o limite dessa função é o valor da função no ponto.

Na próxima página você tem exemplos das propriedades!!!

Limites

Exemplos das Propriedades Elementares

Exemplo 1: $\lim_{x\to 4} 7 = 7$ (Propriedade 1).

Exemplo 2: Considere $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$ e o número 4, então $\lim_{x\to 2}(4x^3) = 4\cdot \lim_{x\to 2} x^3 = 4\cdot 8 = 32$.(Propriedade 2)

Exemplo 3: Considere $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$ e $\lim_{x\to 2} 5x = 10$, então $\lim_{x\to 2}(x^3 + 5x) = 8 + 10 = 18$. (Propriedade 3)

Exemplo 4: Considere $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$ e $\lim_{x\to 2} 3^x = 9$, então $\lim_{x\to 2}(x^3\cdot 3^x) = 8\cdot 9 = 72$. (Propriedade 4)

Exemplo 5: Considere $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$ e $\lim_{x\to 2} 3^x = 9$, então $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^3}{3^x}\right) = \frac{8}{9}$. (Propriedade 5)

Exemplo 6: Considere $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$ então $\lim_{x\to 2}\left[(x^3)^4\right] = 8^4 = 4.096$. (Propriedade 6)

Exemplo 7: Considere $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$, então $\lim_{x\to 2}\sqrt[7]{x^3} = \sqrt[7]{8}$. (Propriedade 7)

Exemplo 8: Considere $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$, então $\lim_{x\to 2} 4^{x^3} = 4^8 = 65.536$. (Propriedade 8)

Exemplo 9: Considere $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$, então $\lim_{x\to 2}\ln(x^3) = \ln 8$. (Propriedade 9)

Exemplo 10: Considere $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$, então $\lim_{x\to 2}\operatorname{sen}(x^3) = \operatorname{sen} 8$. (Propriedade 10)

Exemplo 11: Considere $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$, então $\lim_{x\to 2}\cos(x^3) = \cos 8$. (Propriedade 11)

Substituição Direta em Limites

(Propriedade 12)

Exemplo 12: Para calcular $\lim_{x\to 3}(x^2 + x - 5)$ basta fazer $\lim_{x\to 3}(x^2 + x - 5) = 3^2 + 3 - 5 = 7$.

Exemplo 13: Para calcular $\lim_{x\to 1}\frac{x^3 + x}{x + 2}$ basta fazer $\lim_{x\to 1}\frac{x^3 + x}{x + 2} = \frac{1^3 + 1}{1 + 2} = \frac{2}{3}$.